

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

Assignment 1

วิชา 040203112 คณิตศาสตร์วิศวกรรม 2 (Engineering Mathematics II) ภาคเรียนที่ 1/2566

ข้อกำหนด

1. โจทย์มีจำนวน 8 ข้อ ให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียด **เขียนให้ชัดเจน** ห้ามพิมพ์
2. **เขียน**ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา ตอนเรียน และอาจารย์ผู้สอน ที่ด้านบนกระดาษทุกหน้า
จะไม่รับผิดชอบ หากนักศึกษาเขียนข้อมูลของตนเองไม่ชัดเจน
3. กำหนดส่งไม่เกินเวลา 23.59น.ของ**วันศุกร์ที่ 25 ส.ค. 66** (Due date)
โดยคะแนนของงาน Assignment ทุกชิ้นมีการกำหนดวันส่ง (Due date) ที่ชัดเจนไว้ในตัว Assignment ซึ่งข้อกำหนดในการส่งคือ
 - หาก น.ศ. ส่ง Assignment ภายในวันและเวลาที่กำหนดตามที่ระบุไว้ใน Assignment นั้นๆ จะได้คะแนน Assignment นั้นๆ 5%
 - หาก น.ศ. ส่ง Assignment หลังจากวันและเวลาที่กำหนดส่งซึ่งระบุไว้ใน Assignment นั้นๆ น.ศ. จะได้คะแนน Assignment นั้นๆ 0%

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

1. จากอนุกรมอนันต์ที่กำหนดให้

จงพิจารณาว่าเป็นอนุกรมพี หรืออนุกรมเรขาคณิต

ถ้าเป็นอนุกรมพี ให้ระบุค่า p หรือ ถ้าเป็นอนุกรมเรขา ให้ระบุค่า r

และพิจารณาว่าอนุกรมนั้นเป็นอนุกรมที่ลู่เข้า หรือลู่ออก

1.1
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{4^n}$$

1.2
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{k^2}}$$

1.3
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{7^n}$$

1.4
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

1.5
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$$

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จงหาผลบวกของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-3}{(n+1)(n+2)}$

2.2 จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\left(\frac{3}{4}\right)^n}$ เป็นอนุกรมที่ลู่เข้าหรือลู่ออก โดยใช้วิธีการทดสอบแบบลู่ออก (Divergent Test)

2.3 จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{e^{-n}+1}$ เป็นอนุกรมที่ลู่เข้าหรือลู่ออก โดยใช้วิธีการทดสอบด้วยอินทิกรัล (Integral Test)

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

2.4 จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{3}\right)^2}$ เป็นอนุกรมที่ลู่เข้าหรือลู่ออก

โดยใช้วิธีการทดสอบด้วยการเปรียบเทียบ (Comparison Test)

2.5 จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{3^n + 1}$ เป็นอนุกรมที่ลู่เข้าหรือลู่ออก

โดยใช้วิธีการทดสอบด้วยการเปรียบเทียบลิมิต (Limit Comparison Test)

2.6 จงตรวจสอบว่าอนุกรมสลับ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{4^{n-1}}$ เป็นอนุกรมที่ลู่เข้าอย่างสมบูรณ์ หรือลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข หรือลู่ออก

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

2.7 จงหาช่วงและรัศมีการลู่เข้าของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+2)^n}{3^n(n^2+1)}$

3. กำหนดให้ $f(x) = e^{-x^2}$

3.1 จงแสดงว่าอนุกรมแมคลอรินของ f คือ $1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \dots (-1)^n \frac{x^{2n}}{n!} + \dots$ โดยแสดง 4 พจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์

3.2 จงใช้ผลที่ได้จากข้อ 3.1 เพื่อประมาณค่า $\int_0^1 \left(\frac{e^{-x^2} - 1}{x} \right) dx$ โดยคำนวณจาก 3 พจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์

และให้เขียนคำตอบสุดท้ายในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

4. จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 กำหนดให้ $f(x, y) = \frac{x \ln(y^2 - x)}{\sqrt{x+1}}$ จงหาโดเมนและวาทบริเวณโดเมนของฟังก์ชัน f

4.2 จากสมการของพื้นผิวทรงกลม $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 6z - 2 = 0$

จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมี พร้อมทั้งวาดกราฟ

4.3 จงวาดกราฟของสมการพื้นผิวกำลังสองดังต่อไปนี้

ก. $z = x^2$

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

ข. $z = x^2 + 4y^2$

ค. $4z^2 = x^2 + y^2$

4.4 จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy^2}{3x^2 + 5y^4}$ หาค่าไม่ได้

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

4.5 กำหนดให้ $g(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x^6 + y^6)}{x^6 + y^6} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ M & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

จงหาค่าคงที่ M ที่ทำให้ฟังก์ชัน g ต่อเนื่องที่จุด $(0, 0)$

4.6 กำหนดให้ $z = xe^{3y}$ จงหา $\frac{\partial z}{\partial y}$ โดยใช้บทนิยามของอนุพันธ์ย่อย

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

5.

5.1 กำหนดให้ $z = x^2 e^{3y} - x \cos y$

จงหา $\frac{dz}{dx}$ และ $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(0,0)}$

5.2 กำหนดให้ $g(x, y, z) = 5y^3 z^4 + x^3 \sec y$

จงหา g_x , g_y และ g_z

5.3 กำหนดให้ $f(x, y) = e^{xy} \sqrt{y}$

จงหา $\frac{\partial f}{\partial x}$ และ $\frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{(x,y)=(3,4)}$

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

6.

6.1 กำหนดให้ $f(x, y, z) = \sin(xy) \ln(xy^2z)$

จงหา $\frac{\partial f}{\partial z}$ และ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}$

6.2 กำหนดให้ $g(x, y) = e^{x^2} \ln(xy)$

จงหา $\frac{\partial g}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}$ และ $\frac{\partial^3 g}{\partial x^2 \partial y}$

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

7. กำหนดให้ $w = e^{xy+xz}$, $x = \cos v$, $y = \sin uv$ และ $z = \ln(u^2 + v^2)$

จงหา $\frac{\partial w}{\partial v}$ ณ จุด $(u, v) = (1, 0)$

8.

8.1 กำหนดให้ $4xy^2z^3 - 2\cos(x-y) = \sqrt{z+3}$ โดยที่ z เป็นฟังก์ชันของ x และ y

จงหา $\frac{\partial z}{\partial y}$ เมื่อ $x=1, y=1$ และ $z=1$

ชื่อ-นามสกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....ผู้สอน.....

8.2 กำหนดให้ u และ v เป็นฟังก์ชันของ x และ y ซึ่งนิยามโดยปริยาย และสอดคล้องกับระบบสมการ

$$u^2 - uv + 2 = 4e^{xy}$$

$$u^3 + \ln v = 6x^2 + xy + 2$$

จงหา $\frac{\partial u}{\partial x}$ เมื่อ $x=1, y=0, u=2$ และ $v=1$