

Assignment 2

วิชา 040203111 Engineering Mathematics I ภาคเรียนที่ 1/2566

คำชี้แจง

1. โจทย์มีจำนวนทั้งหมด 12 ข้อ ให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียด โดยเขียนด้วยปากกาหรือดินสอเท่านั้น ห้ามพิมพ์
2. ให้เขียนชื่อ นามสกุล รหัสนักศึกษา ตอนเรียน และอาจารย์ผู้สอนที่ห้วงมกระดาษด้านขวามือ โดยจะ
ไม่รับผิดชอบหากนักศึกษาเขียนข้อมูลของตนเองไม่ชัดเจน
3. กำหนดส่งภายในวันพฤหัสบดีที่ 26 ตุลาคม 2566 ก่อนเวลา 24.00 น. ตามช่องทางที่อาจารย์ผู้สอนในแต่ละ
ตอนเรียนกำหนด โดยที่นักศึกษาจะได้คะแนน
5% หากส่งงานภายในวันและเวลาที่กำหนด
3% หากส่งงานช้ากว่าวันและเวลาที่กำหนดแต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์
0% หากส่งงานช้ากว่าวันและเวลาที่กำหนดเกิน 1 สัปดาห์หรือไม่ส่งงาน

1. จงหาค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n}} + \sqrt{1 + \frac{6}{n}} + \dots + \sqrt{3} \right)$ โดยแปลงให้อยู่ในรูปอินทิกรัลจำกัดเขต

บนช่วง $[0, 2]$ โดยให้ x_k^* เป็นจุดขอบทางด้านขวาของช่วงย่อยที่ k

2. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอินทิกรัลได้บนช่วง $[0, 5]$

ถ้า $\int_1^3 f(x) dx = 3$ และ $\int_5^3 f(x) dx = 1$ แล้ว จงหาค่าของ $\int_1^5 \left(f(x) + 4 \int_2^2 g(x) dx - 1 \right) dx$

3. จงหาค่าของอินทิกรัลต่อไปนี้

3.1 $\int_{-1}^2 |x^2 - x| dx$

3.2 $\int (x^2 + 1) \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right) dx$

3.3 $\int 9x^2 \sqrt{x^3 - 99} dx$

3.4 $\int \left(\tan x \cos x + \frac{\tan x}{\cos x} \right) dx$

3.5 $\int_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}^{\frac{\sqrt{7\pi}}{2}} x \sin \left(x^2 + \frac{\pi}{4} \right) \sqrt{\cos \left(x^2 + \frac{\pi}{4} \right)} dx$

4. 4.1 กำหนดให้ $F(x) = \pi + \int_2^{\sqrt{x}} t^2 g(t) dt$ และ $g(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ จงหาค่าของ $F'(2)$

4.2 กำหนดให้ $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^3 + x + C$ เมื่อ C เป็นค่าคงที่ใดๆ จงหาค่าของ $\int 4x (f(x))^{2023} dx$

5. จงหาค่าของ $\int_0^1 f(x) dx$ เมื่อ f เป็นฟังก์ชันซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

(ก) กราฟของ f ผ่านจุด $(1, 2)$

(ข) ความชันของเส้นโค้ง f ที่จุดกำเนิดมีค่าเท่ากับ 1

(ค) อนุพันธ์อันดับที่สองของ f ณ จุด x ใดๆ มีค่าเท่ากับ $6x + 4$

6. จงหาอินทิกรัลต่อไปนี้โดยใช้การอินทิเกรตทีละส่วน (Integration by parts) โดยไม่ให้ใช้วิธีลัด

6.1 $\int x \operatorname{csch}^2 x \, dx$

6.2 $\int x \sin^{-1}(x^2) \, dx$

7. 7.1 จงหา $\int \cot^3(2x) \csc(2x) \, dx$

7.2 จงหา $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 4}} \, dx$ โดยใช้การเปลี่ยนตัวแปรด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ

8. 8.1 จงเขียน $\frac{3x^2 + x + 5}{(x+2)(x^3-1)(x^4-1)}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนย่อย (Partial fractions) โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงที่ในแต่ละเศษส่วนย่อย

8.2 จงหา $\int \frac{x^2 - x + 9}{x^3 + 3x} \, dx$ โดยการทำให้เป็นเศษส่วนย่อย

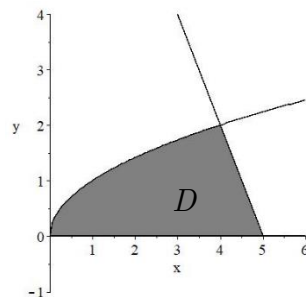
9. กำหนดให้ R เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = -x^2 + 3$ และเส้นตรง $y = 2x$

9.1 จงวาดรูปบริเวณ R

9.2 จงเขียนพื้นที่ของ R ในรูปอินทิกรัลเทียบกับ x โดยไม่ต้องคำนวณค่า

9.3 จงคำนวณค่าพื้นที่ของ R ในรูปอินทิกรัลเทียบกับ y

10. ให้ D เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = \sqrt{x}$ เส้นตรง $y = -2x + 10$ และแกน x ดังรูป



10.1 จงเขียนปริมาตรทรงตันที่เกิดจากการหมุนบริเวณ D รอบเส้นตรง $y = -1$ ในรูปอินทิกรัลจำกัดเขตโดยใช้วิธีแผ่นเป็นแผ่น (Disk method) โดยไม่ต้องคำนวณค่า

10.2 จงหาปริมาตรทรงตันที่เกิดจากการหมุนบริเวณ D รอบเส้นตรง $y = -1$ โดยใช้วิธีวงแหวนทรงกระบอก (Cylindrical shell method)

11. 11.1 จงหาความยาวส่วนโค้งของเส้นโค้ง $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ เมื่อ $-1 \leq x \leq 1$

11.2 จงหาพื้นที่ผิวซึ่งเกิดจากการหมุนเส้นโค้งที่กำหนดโดยสมการอิงตัวแปรเสริม $x = at - a \sin t$ และ $y = a - a \cos t$ เมื่อ $a > 0$ และ $0 \leq t \leq 2\pi$ รอบแกน x

12. 12.1 จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบ $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 - 1} \, dx$ ให้อยู่ในรูปลิมิตของอินทิกรัล โดยไม่ต้องคำนวณค่า

12.2 จงพิจารณาว่า $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 + 2x^2 + x}} \, dx$ ลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าลู่เข้า จงหาค่าของอินทิกรัลด้วย