

Assignment 2 วิชา Engineering Mathematics II (1/2567)

คำชี้แจง

1. ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำอย่างละเอียด โดยเขียนด้วยลายมือตนเอง ห้ามพิมพ์
2. เขียนชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา สาขา ตอนเรียน ทุกหน้า จะไม่รับผิดชอบหากนศ.เขียนข้อมูลไม่ชัดเจน
3. กำหนดส่งภายในวันศุกร์ที่ 18 ตุลาคม 2567 ตามช่องทางที่ผู้สอนกำหนด

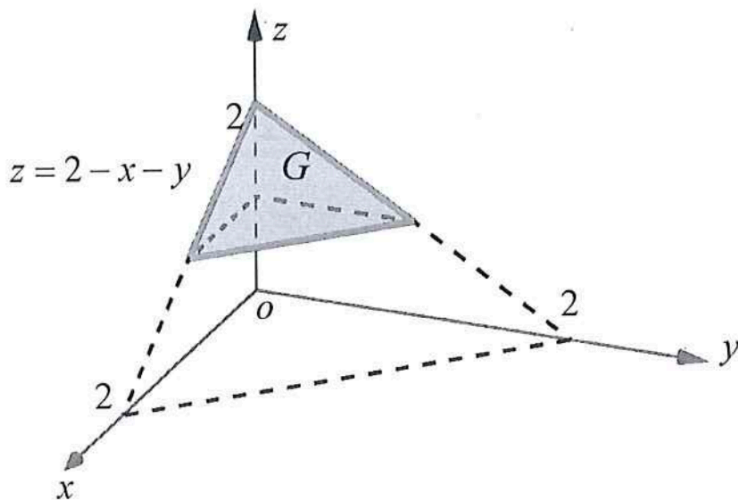
การให้คะแนน

5 คะแนน หากส่งงานครบทุกข้อภายในกำหนดเวลา

3 คะแนน หากส่งงานครบทุกข้อหลังจากกำหนดเวลา แต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์

0 คะแนน หากส่งงานครบทุกข้อหลังจากกำหนดเวลาเกิน 1 สัปดาห์ หรือไม่ส่งงาน

- 1.1 กำหนดให้ G เป็นรูปทรงสามมิติในอวกาศที่ 1 ที่ถูกปิดล้อมด้านบนด้วยระนาบ $z = 2 - x - y$ และด้านล่างด้วยระนาบ $z = 1$ ดังรูป จงเขียนลิมิตของการหาอินทิกรัลต่อไปนี้



ก. $\iiint_G f(x, y, z) dx dz dy$

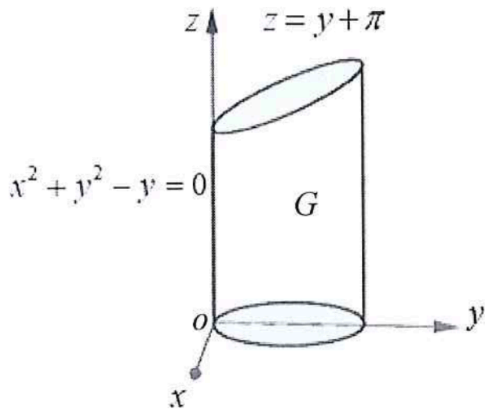
ข. $\iiint_G f(x, y, z) dy dx dz$

ค. $\iiint_G f(x, y, z) dz dy dx$

- 1.2 จงหาค่าคงที่ a ที่ทำให้ $\int_0^1 \int_0^{a-x} \int_0^{3-x} dz dy dx$ มีค่าเท่ากับ $\frac{23}{6}$

2.

2.1 กำหนดทรงตัน G ถูกปิดล้อมด้านบนด้วยระนาบ $z = y + \pi$ ปิดล้อมด้านล่างด้วยระนาบ xy และปิดด้านข้างด้วยทรงกระบอกกลม $x^2 + y^2 - y = 0$ ดังรูป



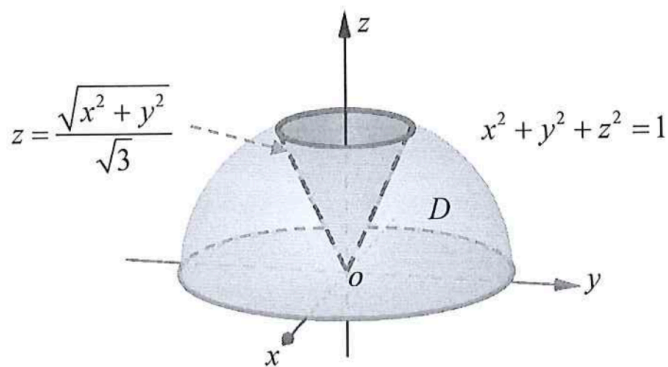
ก. จงวาดภาพฉายของทรงตัน G บนระนาบ xy

ข. จงแปลง $\iiint_G z e^x dV$ ให้อยู่ในรูปอินทิกรัลสามชั้นใน

ระบบพิกัดทรงกระบอก **โดยไม่ต้องคำนวณค่า**

2.2 จงใช้อินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกลมหาปริมาตรของรูปทรงตัน D ซึ่งเป็นทรงตันที่อยู่ภายในทรงกลม

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ อยู่เหนือระนาบ xy และอยู่ภายนอกกรวยกลม $z = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{3}}$ ดังรูป



3.

3.1 จงพิจารณาว่าอนุกรมที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

ก. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{7^{2-n}}$

ข. $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\frac{\pi}{4}}$

3.2 จงหาผลบวกของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$

3.3 จงแสดงว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n+5}$ ลู่ออก โดยใช้วิธีการทดสอบการลู่ออก (Divergence Test)

4.

4.1 กำหนดอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} 4ne^{-n^2}$

ก. ให้ $f(x) = 4xe^{-x^2}$ จงตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและเป็นฟังก์ชันลดหรือไม่

ข. จงตรวจสอบว่าอนุกรมลู่เข้าหรือไม่ โดยใช้วิธีทดสอบด้วยอินทิกรัล (Integral Test)

4.2 จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5+3^n}$ ลู่เข้าหรือไม่ โดยใช้วิธีการทดสอบด้วยวิธีการเปรียบเทียบ

(Comparison Test)

4.3 จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^3+e}$ ลู่เข้าหรือไม่ โดยใช้วิธีการทดสอบด้วยการเปรียบเทียบลิมิต (Limit

Comparison Test)

5. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+5}}{n}$ ลู่เข้าอย่างสมบูรณ์ หรือ ลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข หรือ ลู่ออก

6.

6.1 กำหนดให้อนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x+2)^n$ มีรัศมีการลู่เข้าคือ $R = 3$ จงพิจารณาว่าที่ $x = 0$ และ $x = 2$

อนุกรมลู่เข้าหรือไม่

6.2 จงหาช่วงการลู่เข้าและรัศมีการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2x-1)^n}{4^{n+1}}$

7. กำหนดให้ $f(x) = \ln(1+x)$

7.1 จงแสดงว่าอนุกรมแมคลอรินของ f คือ $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ โดยเขียนอนุกรมอย่างน้อยสี่พจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์

ไม่เป็นศูนย์

7.2 จงใช้ผลจากข้อ 7.1 เพื่อประมาณค่า $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$ โดยคำนวณจากสามพจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์

8.

8.1 กำหนดให้ $\vec{u} = \langle 2, -3, 6 \rangle$ และ $\vec{v} = \langle -4, 3, 0 \rangle$ ก. จงหา $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$ ข. จงหาเวกเตอร์ขนาด 3 หน่วย และมีทิศตรงข้ามกับ \vec{u} ค. จงหาภาพฉายเชิงเวกเตอร์ของ \vec{u} บน \vec{v} [$proj_{\vec{v}}\vec{u}$]8.2 กำหนดจุด $P(4, -2, 1)$ และ $Q(3, 0, -1)$ และให้ $\vec{A} = \overrightarrow{PQ}$ จงหาโคไซน์กำหนดทิศทาง (Direction Cosine) ของ \vec{A} เมื่อกำหนดให้ α, β, γ เป็นมุมที่ทำกับแกน x, y, z ทางบวกตามลำดับ8.3 กำหนดให้ $\vec{a} = \langle 2, -1, 0 \rangle$, $\vec{b} = \langle 1, -2, 3 \rangle$ และ $\vec{c} = \langle 5, -2, k \rangle$ ก. จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี \vec{a} และ \vec{b} เป็นด้านประกอบข. จงหาค่าคงที่ k ที่ทำให้ \vec{b} ตั้งฉากกับ \vec{c} ค. ถ้า $k = 1$ แล้ว \vec{a}, \vec{b} และ \vec{c} อยู่บนระนาบเดียวกันหรือไม่

9.

9.1 จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด $P(2, -2, 3)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง $\frac{x-6}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-7}{2}$ 9.2 จงหาระยะทางจากจุด $A(-1, 0, 2)$ ไปยังเส้นตรง $x = 1 + t, y = -1 + 4t, z = 2 + 2t$