

Assignment 1

วิชา 040203111 คณิตศาสตร์วิศวกรรม 1 ภาคเรียนที่ 1/2567

คำชี้แจง

1. โจทย์มีจำนวนทั้งหมด 7 ข้อ ให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียด โดยเขียนด้วยปากกาหรือดินสอเท่านั้น ห้ามพิมพ์ (อนุญาต ให้ใช้ปากกาอิเล็กทรอนิกส์ได้)
2. ให้เขียนชื่อ นามสกุล รหัสนักศึกษา ตอนเรียน และอาจารย์ผู้สอนที่ห่มุมกระดาษด้านขวามือ ซึ่งจะไม่รับผิดชอบ หากนักศึกษาเขียนข้อมูลของตนเองไม่ชัดเจน
3. กำหนดส่งภายใน วันศุกร์ที่ 23 สิงหาคม 2567 ก่อนเวลา 23.59 น. ตามช่องทางที่อาจารย์ผู้สอนในแต่ละตอนเรียนกำหนด โดยที่นักศึกษาจะได้คะแนน
 - 5% หากส่งงานภายในวันและเวลาที่กำหนด
 - 3% หากส่งงานช้ากว่าวันและเวลาที่กำหนดแต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์
 - 0% หากส่งงานช้ากว่าวันและเวลาที่กำหนดเกิน 1 สัปดาห์หรือไม่ส่งงาน

1. จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ โดยห้ามใช้กฎของโลปีตาล

$$1.1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x - 6}$$

$$1.2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 6x + 9}$$

$$1.3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x - 1}$$

$$1.4. \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5|x|}{x}$$

$$1.5. \lim_{x \rightarrow 2567} \frac{1}{(x - 2567)^{2567}}$$

$$1.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 4x} - 3x}{x - 1}$$

$$1.7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{16x^6 + 13x^4 - 9}}{2x^3 - 7x + 5}$$

$$1.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 \cdot 6^x - 6 \cdot 9^x}{9 \cdot 8^x + 8 \cdot 9^x}$$

$$1.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4(3x)}{x \tan^3(4x)}$$

$$1.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sec x}}{x^2}$$

2.

2.1. จงหา $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ เมื่อกำหนดให้ $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

2.2. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{x} + \cos x & , x \neq 0 \\ 3k & , x = 0 \end{cases}$

จงหาค่า k ที่ทำให้ฟังก์ชัน f ต่อเนื่องที่จุด $x = 0$ (กรณีที่ต้องหาค่าลิมิต ห้ามใช้กฎของโลปิตาล)

2.3. กำหนดให้ $g(x) = x^2 + 2x$ จงหาค่า $g'(1)$ โดยใช้ทฤษฎีบทของอนุพันธ์

3. จงหา

3.1. $\frac{d}{dx} (x^\pi - \sqrt[5]{x^3} + \cos \pi)$

3.2. $\frac{d}{dx} (5^x \sinh(x^2 + 1))$

3.3. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x + \pi}{x^3} \right)$

3.4. $\frac{d}{dx} \left(\frac{\sec^2 x}{1 + e^x} \right)$

3.5. $\frac{d}{dx} (\ln(\sqrt{x} + e))$

3.6. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1}(2x^2))$

3.7. $\frac{d}{dx} (\cosh^{-1}(\cos 2x))$

3.8. $\left. \frac{d^3 y}{dx^3} \right|_{x=0}$ เมื่อกำหนดให้ $y = f(x) = e^{3x}$

3.9. $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$ เมื่อกำหนดให้ $y = \ln u$, $u = v^3 + 2$ และ $v = \sin x$

4.

4.1. จงหาอนุพันธ์ของ $y = \left(\frac{\tan x}{e^x} \right)^{\sqrt{x}}$ เมื่อ $0 < x < \frac{\pi}{2}$ โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

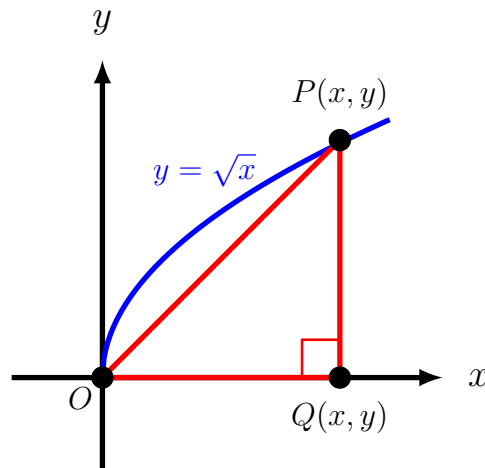
4.2. กำหนดฟังก์ชันที่นิยามโดยปริยาย $x^2 y + 2 \cos y - 5x + 3e^{xy} = 0$

จงหา $\frac{dy}{dx}$ และสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้ง y ที่จุด $(1, 0)$

4.3. กำหนดสมการอิงตัวแปรเสริม $x = 2t^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}$, และ $y = \frac{t^4}{4} - t$

จงหาค่าของ $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1}$ และ $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=1}$

- 4.4. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = t^3 - 3t^2 + 7$ เมตร เมื่อ t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหาว่าอนุภาคนี้จะมีความเร็วเป็นศูนย์เมื่อเวลาผ่านไปเท่าใด
- 4.5. กำหนด $P(x, y)$ เป็นจุดบนเส้นโค้ง $y = \sqrt{x}$ ดังรูป ถ้าค่าของ y ที่จุด P ลดลงด้วยอัตรา $\frac{1}{8}$ ซม./นาที่ แล้วพื้นที่สามเหลี่ยมมุมฉาก OPQ จะลดลงด้วยอัตราเท่าใด ในขณะที่ $x = 16$ ซม.



- 4.6. จงใช้การประมาณค่าเชิงเส้นเพื่อหาค่าของ $\ln(1.03)$
- 4.7. ปริมาตรของทรงกลม คำนวณจากรัศมีที่วัดได้โดยใช้สูตร $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ถ้าต้องการให้ปริมาตรที่คำนวณได้มีความผิดพลาดอย่างมาก 3% การวัดรัศมีจะผิดพลาดได้อย่างมากกี่เปอร์เซ็นต์
5. กำหนดให้ $f(x) = 3x^3 + 3x^2 - 3x + 1$
- 5.1. จงหาจุดวิกฤตทั้งหมดของ f
 - 5.2. จงหาช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม และช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันลด
 - 5.3. จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f
 - 5.4. จงหาจุดเปลี่ยนเว้าของ f
 - 5.5. จงวาดกราฟของ f อย่างคร่าว ๆ
 - 5.6. จงหาค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดของ f บนช่วง $[-3, 2]$
6. บริษัทต้องการผลิตตู้ปลาจากกระจกใสเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแบบไม่มีฝาปิดด้านบน โดยกำหนดให้ด้านกว้างเท่ากับ x ฟุต ด้านยาวเท่ากับ y ฟุต และมีความสูงเท่ากับ x ฟุต กำหนดให้ตู้ปลาดังกล่าวต้องมีปริมาตรเท่ากับ 36 ลูกบาศก์ฟุต จงหาความกว้าง ความยาว และความสูงของตู้ปลาที่ทำให้ใช้กระจก (พื้นที่ผิว) น้อยที่สุด

7. จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้

7.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln x}{e^x} \right)$

7.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

7.3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos ax)^{\frac{a}{x}}$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่ และ $a > 0$