

Assignment 1

รายวิชา 040203112 Engineering Mathematics II (2/2567)

คำชี้แจง

1. โจทย์มีทั้งหมด 8 ข้อ ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำทุกข้ออย่างละเอียด โดยเขียนด้วยลายมือตัวเอง ไม่อนุญาตให้พิมพ์ แต่ อนุญาตให้ใช้ปากกาอิเล็กทรอนิกส์ได้
2. เขียน ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา สาขา ตอนเรียน ที่หัวมุมกระดาษขวามือทุกหน้า
3. กำหนดส่ง Assignment ภายในวันศุกร์ที่ 17 มกราคม 2568 ก่อนเวลา 23.59 น. ตามช่องทางที่ผู้สอนแต่ละตอนเรียนกำหนด โดยที่นักศึกษาจะได้คะแนน
 - 5% หากส่งงานภายในวันและเวลาที่กำหนด
 - 3% หากส่งงานช้ากว่าวันและเวลาที่กำหนดแต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์
 - 0% หากส่งงานช้ากว่าวันและเวลาที่กำหนดเกิน 1 สัปดาห์ หรือ ไม่ส่งงาน

1. จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1.1. กำหนดฟังก์ชัน $g(x, y) = \ln(xy) - \sqrt{y-x}$ จะได้ว่า โดเมนของ g คือ

$$D_g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | \text{_____}\}$$

1.2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{x^2 - 2xy - 3y^2}{2(x+y)} = \text{_____}$

1.3. กำหนดเส้นโค้ง $C : x = y^2$ แล้วค่าของ $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ \text{บน } C}} \frac{2xy^2}{x^2 + 3y^4} = \text{_____}$

1.4. กำหนดให้ $z = y^2 e^{3x} - \tan(y-x)$ จะได้ว่า

$$z_x = \text{_____} \text{ และ } \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{(x,y)=(0,0)} = \text{_____}$$

1.5. กำหนดให้ $f(x, y) = x^2 + e^y \ln(xy)$ จะได้ว่า

$$f_x = \text{_____} \text{ และ } f_{xx} = \text{_____}$$

1.6. กำหนดให้ $f = f(u, v, w)$, $u = u(x, y)$, $v = v(y, z)$, $w = w(x, z)$ จะได้ว่า

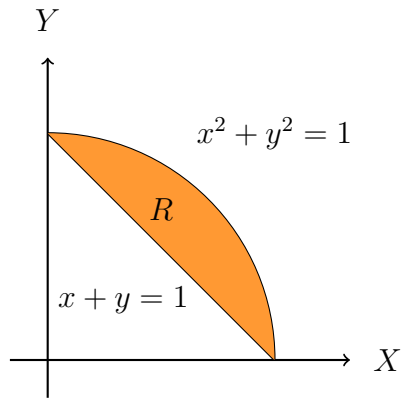
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \text{_____}$$

1.7. กำหนดให้ z เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x และ y ซึ่ง $y + xz = e^{y+z^2}$ จะได้ว่า

$$z_y = \underline{\hspace{2cm}}$$

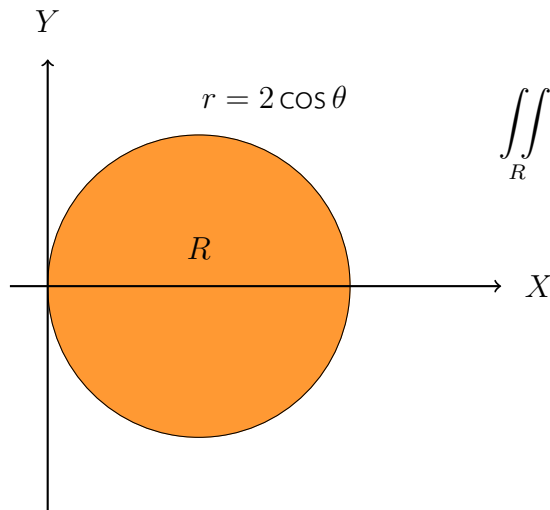
1.8. สมการในระบบพิกัดเชิงขั้วของสมการ $x^2 + (y - 3)^2 = 9$ คือ

1.9. กำหนดให้ R เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $x^2 + y^2 = 1$ และเส้นตรง $x + y = 1$ ดังรูป ถ้า $f(x, y)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x และ y แล้ว จงใส่ขอบเขตของอินทิกรัล



$$\iint_R f(x, y) dA = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} f(x, y) dx dy$$

1.10. กำหนดให้ R เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $r = 2 \cos \theta$ ดังรูป ถ้า $g(r, \theta)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปร r และ θ แล้ว จงใส่ขอบเขตของอินทิกรัล



$$\iint_R g(r, \theta) dA = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} g(r, \theta) dr d\theta$$

2. 2.1. กำหนดให้ $f(x, y) = \frac{\ln(4 - x^2 - y^2)}{\sqrt{y^2 - x + 1}}$ จงวาดบริเวณโดเมนของฟังก์ชัน f
- 2.2. จงวาดกราฟอย่างคร่าวๆ ของพื้นผิว $y^2 = \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4}$
- 2.3. กำหนดให้ $g(x, y) = 1 - x^2 + y^2$ จงวาดเส้นโค้งระดับ $g(x, y) = k$ เมื่อ $k = 0, 1, 2$
3. 3.1. จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,4)} \frac{xe^{4-y} - y \sin x}{x - y + 4}$ หาค่าไม่ได้
- 3.2. กำหนดให้ $g(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - e^{(x^2+y^4)}}{5x^2 + 5y^4} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ k & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
 จงหาค่าของ k ที่ทำให้ g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด $(0, 0)$
4. 4.1. กำหนดให้ $f(x, y) = x\sqrt{x+y}$ จงหา $\frac{\partial f}{\partial y}$ โดยใช้ทฤษฎีบทของอนุพันธ์ย่อย
- 4.2. กำหนดให้ $w = xy + xz, x = \cos(uv), y = \ln(u^2 + v^2)$ และ $z = e^{uv}$
 จงหา $\frac{\partial w}{\partial u}$ ณ จุด $(u, v) = (1, 0)$
5. 5.1. กำหนดให้ $x^3 \sin(1 + xy) + \ln(z^2) = y - 1$ โดยที่ z เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x และ y
 ซึ่งนิยามโดยปริยาย จงหา $\frac{\partial z}{\partial x}$ ที่จุด $(x, y, z) = (-1, 1, 1)$
- 5.2. กำหนดให้ u และ v เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x และ y ซึ่งนิยามโดยปริยาย และสอดคล้องกับระบบสมการ
- $$\begin{aligned} u^2 + xv^2 &= x + y + 4 \\ v^2 + yu^2 &= x - y \end{aligned}$$
- จงหา u_x เมื่อ $x = 1, y = 0, u = 2$ และ $v = 1$
6. กำหนดให้ $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ จงหาค่าสุดขีดสัมพัทธ์ และจุดอานม้า (ถ้ามี) ของฟังก์ชัน f

7. แผ่นโลหะรูปสามเหลี่ยมเกิดจากบริเวณที่ปิดล้อมด้วยเส้นตรง $x = 0, y = 0$ และ $x - y = 1$ ถ้าอุณหภูมิของแผ่นโลหะ ณ ตำแหน่ง (x, y) คือ $T(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$ จงหาจุดบนแผ่นโลหะทั้งหมดที่มีอุณหภูมิสูงสุด และจุดบนแผ่นโลหะทั้งหมดที่มีอุณหภูมิต่ำที่สุด
8. 8.1. จงหาปริมาตรของทรงตันซึ่งอยู่ภายใต้พื้นผิว $z = e^{x+y}$ และอยู่บนระนาบ XY ซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง $x = \ln 2, x = \ln 3, y = 0$ และ $y = 1$
- 8.2. จงหาค่าของ $\int_0^2 \int_{2x}^4 e^{y^2} dy dx$ โดยสลับลำดับการอินทิเกรต
9. 9.1. กำหนดให้ R เป็นบริเวณในจุดภาคที่หนึ่ง ซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง $x - 2y = 1, x - 2y = 4$ และเส้นโค้ง $xy = 1, xy = 2$ จงหาค่าของ $\iint_R (2x + 4y) dA$
- 9.2. จงใช้อินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดเชิงขั้ว หาปริมาตรของทรงตันที่อยู่ใต้พื้นผิว $z = x^2 + y^2$ อยู่บนระนาบ XY และอยู่ภายในทรงกระบอก $x^2 + y^2 = 2y$