

Assignment 2

วิชา 040203101 Mathematics I ภาคเรียนที่ 1/2568

คำชี้แจง

- โจทย์มีทั้งหมด 11 ข้อ ให้นักศึกษาเขียนอธิบายการแก้ปัญหาทุกข้อโดยละเอียด ด้วยลายมือตัวเอง ห้ามพิมพ์ พร้อมทั้งเขียน ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา บนกระดาษคำตอบทุกหน้าให้ชัดเจน และส่งงานผ่าน google classroom ที่อาจารย์แต่ละตอนเรียนกำหนดไว้เท่านั้น
- ให้นักศึกษาส่ง Assignment ภายใน **วันจันทร์ที่ 13 ตุลาคม 2568** โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้
 - 5 คะแนน หากส่งงานครบภายในกำหนดเวลา
 - 3 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลา แต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์
 - 0 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลาเกิน 1 สัปดาห์ หรือ ไม่ส่งงาน

- กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2$ จงหา
 - จุดวิกฤตของ f
 - ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม และช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันลด
 - ค่าสุดขีดสัมพัทธ์ของ f
 - จุดเปลี่ยนเว้าของ f
 - วาดกราฟของ f
 - ค่าสุดขีดสมบูรณ์ของ f บนช่วง $[-1, 2]$
- แม่ค้าขายแผ่นทองได้วันละ 500 แผ่นในราคาแผ่นละ 25 บาท ถ้าแม่ค้าจัดโปรโมชั่นลดราคาแผ่นทอง x บาท จะขายได้เป็นวันละ $500 + 100x$ แผ่น จงหาว่าแม่ค้าควรจะขายแผ่นทองในราคาแผ่นละเท่าไรจึงจะได้เงินจากการขายแผ่นทองมากที่สุด
- บริษัทแห่งหนึ่งต้องการผลิตตุ้เลี้ยงปลาที่ทำด้วยกระจกใสเป็นรูปทรงกระบอกกลมซึ่งมีรัศมีเท่ากับ r เมตร และมีความสูง h เมตร โดยไม่มีฝาปิดด้านบนและมีปริมาตรเท่ากับ 8π ลูกบาศก์เมตร จงหาค่า r และ h ที่ทำให้พื้นที่ผิวของตุ้เลี้ยงปลานี้มีค่าน้อยที่สุด
- จงหาค่าของ

4.1 $\int \sqrt{3} \, dx$

4.2 $\int (\pi - \sec^2 x) \, dx$

4.3 $\int \frac{x^4 + x}{x^3} \, dx$

4.4 $\int \frac{1}{x^2 + 9} \, dx$

4.5 $\int \left(x^8 + \frac{1}{\sqrt{x^3}} - 2 \right) dx$

4.6 $\int \frac{5x}{\sqrt{1 + 4x^2}} \, dx$

$$4.7 \int \left(e^{3x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$$

$$4.8 \int \sin(2 + 3x) dx$$

$$4.9 \int 6x^2 e^{6x^3} dx$$

$$4.10 \int x^2 \sinh(x^3) dx$$

5. จงหาค่าของอินทิกรัลต่อไปนี้ โดยการอินทิเกรตทีละส่วน (by parts)

$$5.1 \int (5x - 1)e^{2x} dx$$

$$5.2 \int \ln x dx$$

6.

6.1 จงเขียน $\frac{3x+1}{x(x-3)(x+3)(x^2+9)}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนย่อย โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงที่

6.2 จงหาค่าของ $\int \frac{4x^2 - 3x - 3}{x(x^2 - 1)} dx$ โดยการแยกเศษส่วนย่อย (by partial fractions)

7. จงหาค่าของ

$$7.1 \int \sin(4x) \cos(3x) dx$$

$$7.2 \int \sin^2 x \cos x dx$$

$$7.3 \int \sec(2x) \tan^3(2x) dx$$

8. จงหาค่าของอินทิกรัลต่อไปนี้ โดยการแทนที่ด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$8.1 \int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2x} dx$$

$$8.2 \int \frac{x^3}{\sqrt{9 - x^2}} dx$$

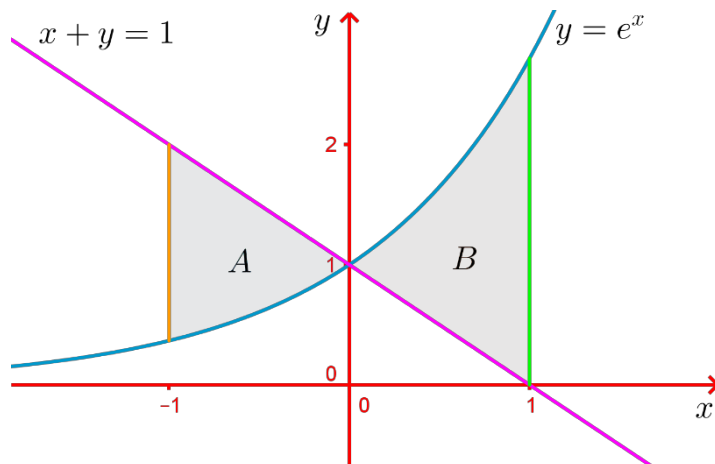
9.

$$9.1 \text{ จงหาค่าของ } \int_1^1 \sec^3(3x+1) dx$$

$$9.2 \text{ กำหนดให้ } \int_1^3 f(x) dx = 2 \text{ และ } \int_1^3 g(x) dx = -1 \text{ จงหาค่าของ } \int_1^3 [2f(x) + 3g(x)] dx$$

$$9.3 \text{ กำหนดให้ } F(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{1+e^t} dt, \quad 0 \leq x \leq 5 \text{ จงหาค่าของ } F'(3)$$

10. กำหนดบริเวณ A และ B ที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = e^x$ และเส้นตรง $x + y = 1$ เมื่อ $-1 \leq x \leq 1$ ดังรูป



- 10.1 จงเขียนสูตรการหาพื้นที่ของบริเวณ A โดยใช้การอินทิเกรตเทียบกับตัวแปร x พร้อมคำนวณค่าของพื้นที่
10.2 จงเขียนสูตรการหาพื้นที่ของบริเวณ B โดยใช้การอินทิเกรตเทียบกับตัวแปร y โดยไม่ต้องคำนวณค่า

หลักเกณฑ์ของซิมป์สัน (Simpson's Rule)

ขอให้ให้นักศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากหนังสือ “คณิตศาสตร์ 1 และ คณิตศาสตร์วิศวกรรม 1” ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บทที่ 6 หัวข้อที่ 6.3 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข ซึ่งจะกล่าวโดยสรุปดังนี้

หลักเกณฑ์ของซิมป์สัน (Simpson's Rule) เป็นการประมาณค่า $\int_a^b f(x) dx$ โดยแบ่ง $[a, b]$ ออกเป็นช่วงย่อย n ช่วงเท่า ๆ กัน โดยที่ n เป็นเลขคู่ และมีจุดแบ่งคือ $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n = b$ โดยที่แต่ละช่วงมีความกว้าง $h = \frac{b-a}{n}$

หลักเกณฑ์ของซิมป์สัน (Simpson's Rule)

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

โดยที่ $x_0 = a, x_1 = a + h, x_2 = a + 2h, \dots, x_{n-1} = a + (n-1)h, x_n = b$

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ และ $h = \frac{b-a}{n}$

ตัวอย่าง จงใช้หลักเกณฑ์ของซิมป์สันประมาณค่าของ $\int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx$ เมื่อ $n = 4$

วิธีทำ จาก $n = 4$ จะได้ $h = \frac{1-0}{4} = \frac{1}{4}$

i	x_i	$f(x_i) = \sqrt{1+x_i^3}$
0	0	1
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{\sqrt{65}}{8}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$
3	$\frac{3}{4}$	$\frac{\sqrt{91}}{8}$
4	1	$\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \int_0^1 f(x) dx &\approx \frac{1/4}{3} \left[f(0) + 4f\left(\frac{1}{4}\right) + 2f\left(\frac{1}{2}\right) + 4f\left(\frac{3}{4}\right) + f(1) \right] \\ \therefore \int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx &\approx \frac{1}{12} \left[1 + 4\left(\frac{\sqrt{65}}{8}\right) + 2\left(\frac{3}{2\sqrt{2}}\right) + 4\left(\frac{\sqrt{91}}{8}\right) + \sqrt{2} \right] \\ &\approx 1.1114 \end{aligned}$$

11. จงหาค่าประมาณของอินทิกรัลต่อไปนี้โดยใช้หลักเกณฑ์ของซิมป์สัน

$$11.1 \int_0^1 (1 - x^2) dx \quad \text{เมื่อ } n = 6$$

$$11.2 \int_1^4 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx \quad \text{เมื่อ } n = 4$$