Assignment I วิชา Engineering Mathematics I รหัสวิชา 040203111 ภาคเรียนที่ 1/2568

คำสั่ง

1. ให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียดทุกข้อและเขียนด้วยลายมือ โดยอาจารย์ผู้สอนในแต่ละตอนเรียนเป็นผู้กำหนดให้นักศึกษาทำส่งในรูปแบบกระดาษหรือส่งเป็นรูปแบบไฟล์ดิจิตอลได้ (Size A4)
2. ให้เขียน รหัสนักศึกษา ชื่อ–นามสกุล ตอนเรียน และ ชื่ออาจารย์ผู้สอน ที่ด้านบนทุกหน้า
3. กำหนดส่งไม่เกินเวลา 23.59น.ของ**วันศุกร์ที่ 15 ส.ค. 68** (Due date)
   โดยคะแนนของงาน Assignment ทุกชิ้นมีการกำหนดวันส่ง (Due date) ที่ชัดเจนไว้ในตัว Assignment ซึ่งข้อกำหนดในการส่งคือ
   - หาก น.ศ. ส่ง Assignment ภายในวันและเวลาที่กำหนดตามที่ระบุไว้ใน Assignment นั้นๆ จะได้คะแนน Assignment นั้นๆ 5%
   - หาก น.ศ. ส่ง Assignment หลังจากวันและเวลาที่กำหนดส่งซึ่งระบุไว้ใน Assignment นั้นๆ แต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์ น.ศ. จะได้คะแนน Assignment นั้นๆ 3%
   - หาก น.ศ. ส่ง Assignment หลังจากวันและเวลาที่กำหนดส่งซึ่งระบุไว้ใน Assignment นั้นๆ เกิน 1 สัปดาห์ น.ศ. จะได้คะแนน Assignment นั้นๆ 0%

1. 1.1 จงแสดงวิธีเพื่อหาค่าลิมิตของฟังก์ชันต่อไปนี้ หากลิมิตหาค่าไม่ได้ให้ระบุเหตุผลประกอบ **ห้ามใช้กฎโลปิตาล**

   ก) $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^x(x-3)}{x+1}$ ข) $\lim_{x\to 2}\dfrac{|x-2|}{x-2}$

   ค) $\lim_{x\to \infty}\dfrac{2x^4-x^2}{x^4+1}$ ง) $\lim_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{3x}{x+2}\right)$

   จ) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\tan 4x}{2x}$ ฉ) $\lim_{x\to \infty}\left(\sqrt{3x^2+5}-x\right)$

   1.2 กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันและ C เป็นคงที่ที่มากกว่าศูนย์
   ถ้า $|f(x)|\le C$ ทุก ๆ ค่า $x\neq 0$ แล้ว จงแสดงว่า $\lim_{x\to 0}x^4 f(x)=0$ โดย Sandwich Theorem

2. 2.1 กำหนด $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+4x-12}{x^2+8} & ,x\neq 2\\ k & ,x=2\end{cases}$
   จงหาค่า k ที่ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=2$
   2.2 กำหนด $f(x)=x^2+x-1$ จงใช้นิยามของอนุพันธ์เพื่อหาค่า $f'(3)$

3.

   3.1 จงหา $\dfrac{d}{dx}\left(\sqrt{2}\right)$ 3.2 จงหา $\dfrac{d}{dx}\left(x^3\right)$ 3.3 จงหา $\dfrac{d}{dx}(9x+1)$

   3.4 จงหา $\dfrac{d}{dx}\left(3^x\right)$ 3.5 จงหา $\dfrac{d}{dx}\left(e^{-2x}\right)$ 3.6 จงหาค่า $\dfrac{d}{d\theta}(\sin\pi\theta)\Big|_{\theta=1}$

3.7 จงหาค่า $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{3x+1}\right)\Big|_{x=1}$ 3.8 จงหา $\frac{d}{dx}\left(\ln\left(8x+5\right)\right)$ 3.9 จงหา $\frac{d}{dt}\left(t^2\cos 3t\right)$

3.10 จงหา $\frac{d}{dx}\left(\frac{\tanh x}{x^2+1}\right)$ 3.11 กำหนด $f(x)=\cos^{-1}\sqrt{x}$ จงหา $f''(x)$

3.12 กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ โดยที่ $y=f(u)$ และ $u=\ln(2-e^x)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

4. กำหนดสมการอิงตัวแปรเสริม $\begin{cases} y=\sin 2t \\ x=\cos 4t \end{cases}$ โดยที่ t เป็นตัวแปรเสริม จงหา

4.1 $\frac{dx}{dt}$ 4.2 $\frac{dy}{dt}$ 4.3 $\frac{dy}{dx}$ 4.4 $\frac{d^2y}{dx^2}$

5. 5.1 จงหา $f'(x)$ เมื่อกำหนด $f(x)=\frac{e^{3x}\sqrt{3x+1}}{3x}$ โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

5.2 กำหนดสมการ $x^{\frac{2}{3}}-y^{\frac{2}{3}}-y=1$ โดยที่เป็น y เป็นฟังก์ชันของ x

ก) จงหา $\frac{dy}{dx}$ ณ จุด $(x,y)=(1,-1)$

ข) จงหาสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้ง y ณ จุด $(x,y)=(1,-1)$

6. 6.1 รถยนต์สองคันขับออกจากจุดเริ่มต้นเดียวกัน โดยกำหนดให้

รถยนต์คันที่ 1 ขับตรงไปยังทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 80 ไมล์ต่อชั่วโมง

และรถยนต์คันที่ 2 ขับตรงไปยังทิศเหนือด้วยความเร็ว 40 ไมล์ต่อชั่วโมง

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงชั่วขณะของระยะห่างระหว่างรถยนต์ทั้งสองเมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที

เมื่อกำหนดให้ x แทนระยะทางที่รถยนต์คันที่ 1 ขับตรงไปยังทิศตะวันออก หน่วย(ไมล์)

และ y แทนระยะทางที่รถยนต์คันที่ 2 ขับตรงไปยังทิศเหนือ หน่วย(ไมล์)

และ z แทนระยะห่างระหว่างรถยนต์ทั้งสอง หน่วย(ไมล์)

6.2 จงใช้การประมาณค่าเชิงเส้นเพื่อหาค่า $\log_{10}(2.02)$

6.3 จงหาค่าผิดผลาดโดยประมาณของการคำนวณหาพื้นที่ผิวของทรงกลม

หากวัดรัศมีทรงกลมได้ 3 ซม. และการวัดรัศมีทรงกลมมีค่าผิดผลาดในการวัดประมาณ ± 0.01 ซม.

7. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันของ x โดยที่ $f(x)=3x^{\frac{2}{3}}-2x+1$

7.1 จงหาจุดวิกฤตของ f

7.2 จงหาจุดสุดขีดสัมพัทธ์ของ f

7.3 จงหาจุดเปลี่ยนเว้าของ f

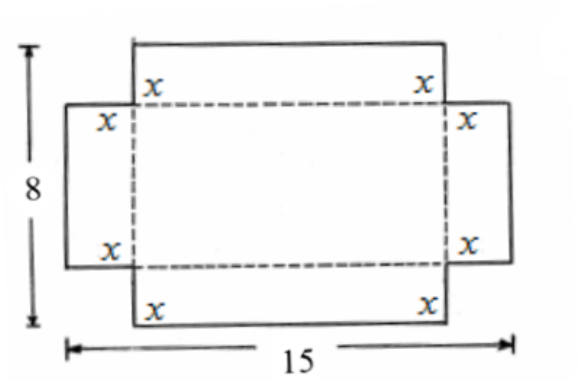
7.4 จงวาดกราฟของ $y=f(x)$

7.5 จงหาค่าสุดขีดสมบูรณ์ของ f บนช่วง $[0,1]$

8.

8.1 นำแผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 ซม. ยาว 15 ซม. มาทำเป็นกล่องโดยตัดมุมทั้งสี่ออกเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้วพับขึ้น

ถ้าต้องการให้กล่องมีปริมาตรมากที่สุดจะต้องตัดมุมออกไปเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่าใด



เมื่อกำหนดให้ x แทนความยาวของด้านสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกมา (หน่วยเซนติเมตร)

และ V แทนปริมาตรของกล่อง (หน่วยลูกบาศก์เซนติเมตร)

8.2 จงหา $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x}{\ln(1+e^x)}$

8.3 จงหา $\lim_{x\to 0^+} \left(x^{(\ln\pi)/(x+\ln x)}\right)$