

Assignment 2
รายวิชา 040203101 Mathematics I
ภาคเรียนที่ 2/2568

คำชี้แจง

1. โจทย์มีทั้งหมด 10 ข้อ ให้นักศึกษาเขียนอธิบายการแก้ปัญหาทุกข้อโดยละเอียด ด้วยลายมือตัวเอง ห้ามพิมพ์ พร้อมทั้งเขียน ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา บนกระดาษคำตอบทุกหน้า แล้วถ่ายรูปให้ชัดเจนส่งงานผ่าน google classroom ที่อาจารย์ตั้งไว้รับ Assignment เท่านั้น นักศึกษาที่ใช้ iPad หรือ Tablet ให้ส่งงานเป็น PDF ที่เขียนอธิบายด้วยลายมือตัวเอง ห้ามพิมพ์
2. ให้นักศึกษาส่ง Assignment ภายใน **วันศุกร์ที่ 13 มีนาคม 2569** ตามช่องทางที่ผู้สอนแต่ละตอนเรียนกำหนด

การให้คะแนน

- 5 คะแนน หากส่งงานครบภายในกำหนดเวลา
- 3 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลา แต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์
- 0 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลาเกิน 1 สัปดาห์ หรือ ไม่ส่งงาน

1. กำหนดให้ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$
 - 1.1 จงหาจุดวิกฤตทั้งหมดของ f
 - 1.2 จงหาช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันลด
 - 1.3 จงหาค่าสุดขีดสัมพัทธ์ของ f และจุดสุดขีดสัมพัทธ์ของ f
 - 1.4 จงหาจุดเปลี่ยนเว้าของ f
 - 1.5 จงหาเวกเตอร์คร่าวของ f
 - 1.6 จงหาค่าสุดขีดสัมบูรณ์ของ f บนช่วง $[0, 3]$
2. แม่ตึกขายแผ่นทองได้วันละ 500 แผ่นในราคาแผ่นละ 25 บาท ถ้าแม่ตึกจัดโปรโมชั่นลดราคาแผ่นทอง x บาท จะขายได้เป็นวันละ $500 + 100x$ แผ่น จงหาว่าแม่ตึกควรจะขายทองในราคาแผ่นละเท่าไรจึงจะได้เงินจากการขายแผ่นทองได้มากที่สุด
3. หาค่าของ
 - 3.1 $\int \pi^3 dx$
 - 3.2 $\int x(x^2 + 1)^{2025} dx$
 - 3.3 $\int \frac{9x^2 + 4x}{3x^3 + 2x^2} dx$
 - 3.4 $\int x^2 e^{(x^3+1)} dx$
 - 3.5 $\int \left(x^8 + \frac{1}{\sqrt{x^3}} - 2 \right) dx$
 - 3.6 $\int \frac{5x}{\sqrt{1+4x^2}} dx$
 - 3.7 $\int \sin(2 + 3x) dx$
 - 3.8 $\int \cos(x) \sec^2(\sin(x)) dx$
 - 3.9 $\int x^2 \sinh(x^3) dx$

4. จงหาค่าของอินทิกรัลต่อไปนี้ โดยการอินทิเกรททีละส่วน (by parts)

4.1 $\int x^4 \ln(3x) dx$

4.2 $\int (4x + 1)e^{-2x} dx$

5.

5.1 จงเขียน $\frac{3x + 1}{x(x^2 - 1)(x^2 + 4)^2}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนย่อย **โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงที่**

5.2 จงหาค่าของ $\int \frac{x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$ โดยการแยกเศษส่วนย่อย (by partial fractions)

6. จงหาค่าของ

6.1 $\int \sin^4 x \cos^3 x dx$

6.2 $\int \sin(3x)\sin(4x)dx$

6.3 $\int \frac{\tan(3x)}{\sec^3(3x)} dx$

7. จงหาค่าของอินทิกรัลต่อไปนี้ โดยการแทนที่ด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ

7.1 $\int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$

7.2 $\int \frac{x^2}{\sqrt{9 - x^2}} dx$

8.

8.1 จงหาค่าของ $\int_{\pi}^{\pi} \cot^3(3x + 1) dx$

8.2 กำหนดให้ $\int_1^3 f(x) dx = 5$ และ $\int_6^1 f(x) dx = 8$ จงหา $\int_3^6 f(x) dx$

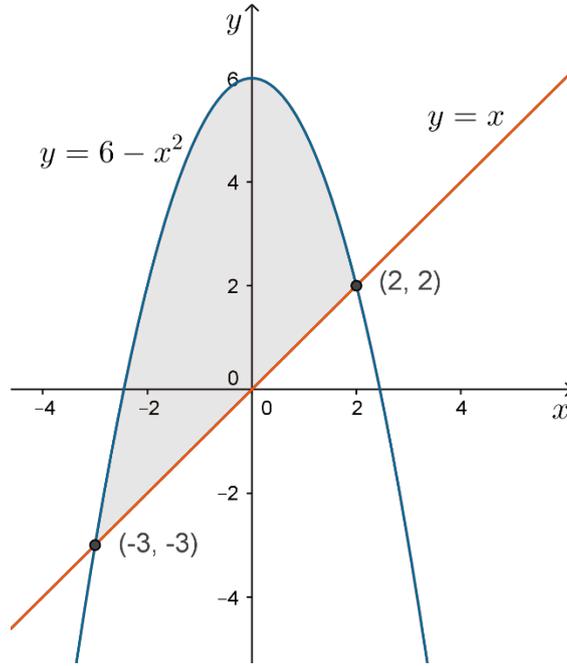
8.3 กำหนดให้ $\int_1^4 f(x) dx = 1$ และ $\int_4^1 g(x) dx = 2$ จงหา $\int_1^4 [2f(x) + 4g(x)] dx$

8.4 กำหนดให้ $g(x) = \begin{cases} x - 1 & , \quad x < 2 \\ x^2 + 4 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$ จงหา $\int_1^4 g(x) dx$

9. จงหาพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยพาราโบลา $y = 6 - x^2$ และเส้นตรง $y = x$ ดังรูป

9.1 โดยการอินทิเกรตเทียบกับ x

9.2 โดยการอินทิเกรตเทียบกับ y



หลักเกณฑ์ของซิมป์สัน (Simpson's Rule)

ขอให้นักศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากหนังสือ “คณิตศาสตร์ 1 และ คณิตศาสตร์วิศวกรรม 1” ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บทที่ 6 หัวข้อที่ 6.3 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข ซึ่งจะกล่าวโดยสรุปดังนี้

หลักเกณฑ์ของซิมป์สัน (Simpson's Rule) เป็นการประมาณค่า $\int_a^b f(x) dx$ โดยแบ่ง $[a, b]$ ออกเป็นช่วงย่อย n ช่วงเท่า ๆ กัน โดยที่ n เป็นเลขคู่ และมีจุดแบ่งคือ $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n = b$ โดยที่แต่ละช่วงมีความกว้าง $h = \frac{b-a}{n}$

หลักเกณฑ์ของซิมป์สัน (Simpson's Rule)

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

โดยที่ $x_0 = a, x_1 = a + h, x_2 = a + 2h, \dots, x_{n-1} = a + (n-1)h, x_n = b$
 เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ และ $h = \frac{b-a}{n}$

ตัวอย่าง จงใช้หลักเกณฑ์ของซิมป์สันประมาณค่าของ $\int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx$ เมื่อ $n = 4$

วิธีทำ จาก $n = 4$ จะได้ $h = \frac{1-0}{4} = \frac{1}{4}$

i	x_i	$f(x_i) = \sqrt{1+x_i^3}$
0	0	1
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{\sqrt{65}}{8}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$
3	$\frac{3}{4}$	$\frac{\sqrt{91}}{8}$
4	1	$\sqrt{2}$

จาก $\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{h}{3} \left(f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4) \right)$
 $\therefore \int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx \approx \frac{1}{12} \left(1 + 4 \left(\frac{\sqrt{65}}{8} \right) + 2 \left(\frac{3}{2\sqrt{2}} \right) + 4 \left(\frac{\sqrt{91}}{8} \right) + \sqrt{2} \right)$
 ≈ 1.1114

10. จงหาค่าประมาณของอินทิกรัลต่อไปนี้โดยใช้หลักเกณฑ์ของซิมป์สัน

$$10.1 \int_0^1 1 - x^2 dx, \quad n = 6$$

$$10.2 \int_1^4 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx, \quad n = 4$$