

## Assignment 1

รายวิชา 040203112 Engineering Mathematics II

ภาคเรียนที่ 2/2568

### คำชี้แจง

1. โจทย์มีทั้งหมด 8 ข้อ ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำทุกข้ออย่างละเอียด โดยเขียนด้วยลายมือตัวเอง ห้ามพิมพ์
2. เขียน ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา สาขา ตอนเรียน ที่หัวมุมกระดาษขวามือทุกหน้า
3. กำหนดส่ง Assignment ภายใน วันศุกร์ที่ 16 มกราคม 2569 ตามช่องทางที่ผู้สอนแต่ละตอนเรียนกำหนด

### การให้คะแนน

- 5 คะแนน หากส่งงานครบภายในกำหนดเวลา
- 3 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลา แต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์
- 0 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลาเกิน 1 สัปดาห์ หรือไม่ส่งงาน

1.

1.1 กำหนดให้  $f(x, y) = \sqrt{y - x^2} + \ln(x - y + 2)$  จงหาโดเมนและวาดบริเวณโดเมนของฟังก์ชัน  $f$

1.2 กำหนดให้  $g(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$

- ก) จงวาดเส้นโค้งระดับ (level curve) ของ  $g(x, y) = k$  เมื่อ  $k = 1$
- ข) จงวาดเส้นโค้งระดับ (level curve) ของ  $g(x, y) = k$  เมื่อ  $k = 4$
- ค) จงวาดเส้นโค้งระดับ (level curve) ของ  $g(x, y) = k$  เมื่อ  $k = 9$
- ง) จงวาดกราฟอย่างคร่าว ๆ ของพื้นผิว  $z = g(x, y)$

2.

2.1 จงหาค่าของ  $\lim_{(x,y) \rightarrow (-2,0)} \frac{\cos(2xy) - e^{xy} - 8}{x^2 + \ln(y - x - 1)}$

2.2 จงหาค่าของ  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,3)} \frac{3x^2 + 2xy - y^2}{3x - y}$

2.3 จงแสดงว่า  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3xy^3}{5x^2 + y^6}$  หาค่าไม่ได้

2.4 กำหนดให้  $g(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \sqrt{x^6 + y^6}}{\sqrt{x^6 + y^6}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 2 - k, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

จงหาค่าคงที่  $k$  ที่ทำให้ฟังก์ชัน  $g$  ต่อเนื่องที่จุด  $(0, 0)$

3.

3.1 กำหนดให้  $z = xe^{3y}$  จงหา  $\frac{\partial z}{\partial y}$  โดยใช้บทนิยามของอนุพันธ์ย่อย

3.2

ก) กำหนดให้  $z = x^2e^{3y} - x \cos(y)$  จงหา  $\frac{\partial z}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial z}{\partial y}$

ข) กำหนดให้  $g(x, y, z) = 5y^3z^4 + x^3 \sec(y)$  จงหา  $g_y$

ค) กำหนดให้  $f(x, y) = e^{xy} \sqrt{y}$  จงหา  $\frac{\partial f}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x,y)=(3,4)}$

ง) กำหนดให้  $f(x, y, z) = x^3y \ln(xy^2z)$  จงหา  $f_{zx}$

จ) กำหนดให้  $g(x, y) = \sqrt{x} \sin(x^2y)$  จงหา  $\frac{\partial^3 g}{\partial x^2 \partial y}$

3.3 กำหนดให้  $w = \sin(xy)$  ,  $x = t + 1$  ,  $y = e^{\pi t} - 1$  ,  $z = (t - 3)^2$

จงหา  $\frac{dw}{dt}$  เมื่อ  $t = 0$

4.

4.1 กำหนดให้  $x^3yz - \cos(x - y) = \sqrt{z + 5}$  โดยที่  $z$  เป็นฟังก์ชันของ  $x$  และ  $y$

จงหา  $\frac{\partial z}{\partial y}$  เมื่อ  $x = 1$ ,  $y = 1$  และ  $z = 4$

4.2 กำหนดให้  $u$  และ  $v$  เป็นฟังก์ชันของ  $x$  และ  $y$  ซึ่งนิยามโดยปริยาย และสอดคล้องกับระบบสมการ

$$u^2 - uv + 2 = 4e^{xy}$$

$$\ln v + u^3 = 6x^2 + xy + 2$$

จงหา  $\frac{\partial u}{\partial x}$  เมื่อ  $x = 1$ ,  $y = 0$ ,  $u = 2$  และ  $v = 1$

5.

5.1 กำหนดให้  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$  จงหาค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และจุดอานม้าทั้งหมด (ถ้ามี) ของฟังก์ชัน  $f$

5.2 จงหาค่าสุดขีดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน  $f(x, y) = 3xy - 6x - 3y + 9$

บนบริเวณสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$  และ  $(0, 2)$

6. โรงงานผลิตชิ้นส่วนรถยนต์แห่งหนึ่งพบว่า ใน 1 วัน โรงงานจะผลิตชิ้นส่วนชนิด A ได้  $x$  ตัว และผลิตชิ้นส่วนชนิด B ได้  $y$  ตัว ซึ่งแต่

ละวันโรงงานจะมีต้นทุนในการผลิตทั้งหมดเป็น  $\frac{3}{2}x^2 + 2xy + y^2$  บาท ถ้าโรงงานขายชิ้นส่วนชนิด A ในราคาตัวละ 120 บาท และ

ขายชิ้นส่วนชนิด B ในราคาตัวละ 100 บาท จงหาว่าโรงงานจะต้องผลิตชิ้นส่วนแต่ละชนิดวันละเท่าใดจึงจะได้กำไรมากที่สุด และจะได้กำไรมากที่สุดเป็นเท่าใด พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล

7.  
7.1 กำหนดบริเวณ  $R$  อยู่ในจุดภาคที่ 1 ถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $x = 1$  และ  $x = 3$   
ก. จงวาดบริเวณ  $R$  พร้อมทั้งหาจุดตัด  
ข. จงใช้อินทิกรัลสองชั้นเพื่อคำนวณหาพื้นที่บริเวณ  $R$

7.2 จงหาค่าของ  $\int_0^9 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{x \cos y}{81 - y^4} dy dx$  โดยสลับลำดับการอินทิเกรต

8.  
8.1 โดยใช้การเปลี่ยนตัวแปร  $x = \frac{u}{3} + v$  และ  $y = 3v$  จงหาค่าของ  $\int_0^3 \int_{\frac{y}{3}}^{\frac{y}{3}+1} y^3(3x - y)e^{(3x-y)^2} dx dy$

8.2 จงแปลง  $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx$  ให้อยู่ในรูปอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดเชิงขั้ว โดยไม่ต้องคำนวณค่าอินทิกรัล