Assignment 2

รายวิชา 040203112 Engineering Mathematics II
ภาคเรียนที่ 2/2568

คำชี้แจง

1. โจทย์มีทั้งหมด 9 ข้อ ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำทุกข้ออย่างละเอียด โดยเขียนด้วยลายมือตัวเอง **ห้ามพิมพ์**
2. เขียน **ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา สาขา ตอนเรียน** ที่หัวมุมกระดาษขวามือทุกหน้า
3. กำหนดส่ง Assignment ภายใน **วันศุกร์ที่ 13 มีนาคม 2569** ตามช่องทางที่ผู้สอนแต่ละตอนเรียนกำหนด

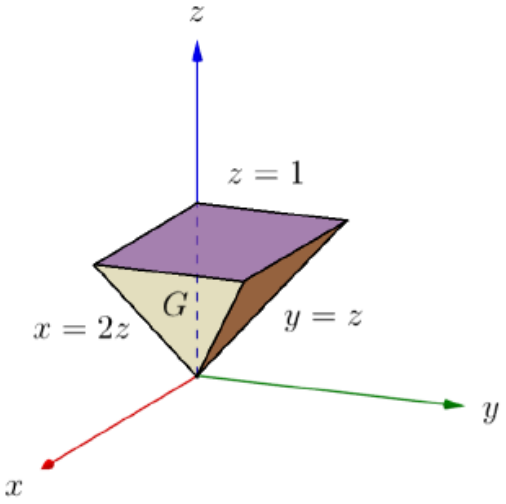
การให้คะแนน

5 คะแนน หากส่งงานครบภายในกำหนดเวลา
3 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลา แต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์
0 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลาเกิน 1 สัปดาห์ หรือ ไม่ส่งงาน

1.

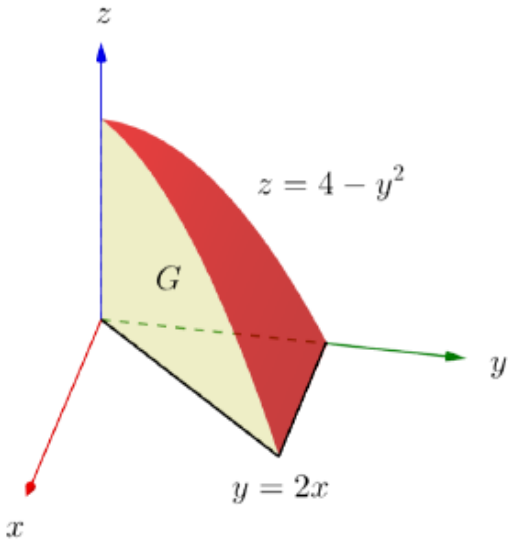
1.1 จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง

กำหนดให้ G เป็นทรงตันในอัฐภาคที่ 1 ที่ถูกปิดล้อมด้วยระนาบ $x=0, y=0, x=2z, y=z$ และ $z=1$ ดังรูป



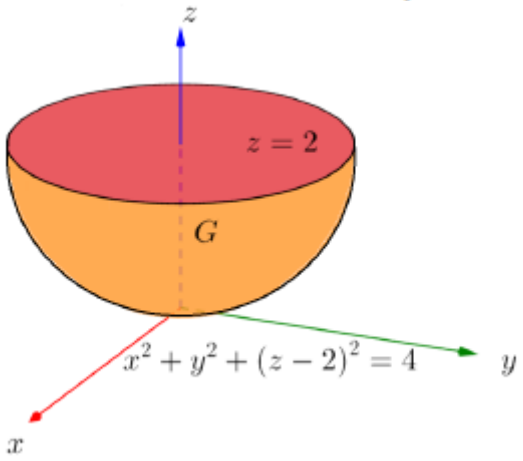
$$\iiint_G f(x,y,z)\,dV = \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} f(x,y,z)\,dy\,dz\,dx$$

1.2 จงใช้อินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดฉากหาปริมาตรของทรงตัน G ในอัฐภาคที่ 1 ซึ่งถูกปิดล้อมด้วยผิวโค้ง $z = 4 - y^2$ ระนาบ $x = 0, z = 0$ และ $y = 2x$ ดังรูป



2. จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง

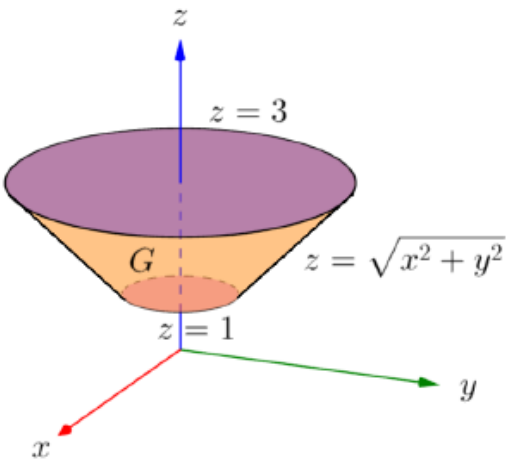
2.1 กำหนดทรงตัน G ถูกปิดล้อมด้านบนด้วยระนาบ $z = 2$ และปิดด้านล่างด้วยพื้นผิว $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ ดังรูป



ปริมาตรของทรงตัน G ในรูปของอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก คือ

$$\iiint_G dV = \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} \square \; dz\, dr\, d\theta$$

2.2 กำหนดทรงตัน G อยู่ภายในกรวยกลม $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ และอยู่ระหว่างระนาบ $z = 1$ และ $z = 3$ ดังรูป



ปริมาตรของทรงตัน G ในรูปของอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกลม คือ

$$\iiint_G dV = \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} \square \; d\rho \, d\phi \, d\theta$$

3.

3.1 จงเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้

กำหนดให้อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า โดยที่ $a_n > 0$ จะได้ว่า

$\lim_{n\to\infty} a_n =$ _____ และ อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ _____ (ลู่เข้า / ลู่ออก)

3.2 จงตรวจสอบว่าอนุกรมต่อไปนี้ลู่เข้าหรือไม่ ถ้าลู่เข้า จงหาผลบวกของอนุกรม

ก. $\ln 3 - (\ln 3)^2 + (\ln 3)^2 - (\ln 3)^3 + \ldots$

ข. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(4n-3)(4n+1)}$

3.3 จงแสดงว่าอนุกรม $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\ln n}$ ลู่ออก โดยใช้วิธีการทดสอบการลู่ออก (Divergence Test)

4.

4.1 จงใช้การทดสอบด้วยอินทิกรัล (Integral test) ตรวจสอบการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{4 + 4n^2}$

4.2 จงใช้การทดสอบด้วยการเปรียบเทียบ (Comparison test) ตรวจสอบการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{4n + n^{2568}}$

5.

5.1 จงใช้การทดสอบด้วยการเปรียบเทียบลิมิต (Limit comparison test) ตรวจสอบการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n+5^n}$

5.2 จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+1}}$ ลู่เข้าอย่างสัมบูรณ์ หรือ ลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข หรือ ลู่ออก

6.

6.1 จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง

กำหนดให้อนุกรมกำลัง $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(2x+1)^n$ มีรัศมีการลู่เข้า คือ $R=1$

อนุกรมนี้มีศูนย์กลางที่ $x=$ _____

จงพิจารณาการลู่เข้าของอนุกรม เมื่อ $x=-2$ อนุกรมจะ _____ (ลู่เข้า / ลู่ออก / สรุปไม่ได้)

เมื่อ $x=\frac{1}{2}$ อนุกรมจะ _____ (ลู่เข้า / ลู่ออก / สรุปไม่ได้)

เมื่อ $x=\frac{1}{4}$ อนุกรมจะ _____ (ลู่เข้า / ลู่ออก / สรุปไม่ได้)

6.2 จงหาช่วงการลู่เข้าและรัศมีการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-4x)^n}{4^n\sqrt{n}}$

7. กำหนดให้ $f(x)=\ln(1+x)$

7.1 จงแสดงว่าอนุกรมแมคลอรินของ f คือ $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots$ โดยเขียนอนุกรมอย่างน้อยสี่พจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์

7.2 จงใช้ผลจากข้อ 7.1 เพื่อหาค่าของอนุกรม $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots$

7.3 จงหาอนุกรมเทย์เลอร์ของ $f(x)=e^{\cos x}$ รอบจุด $x=\frac{\pi}{2}$ โดยเขียนอนุกรมอย่างน้อยสามพจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์

8.

8.1 จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง

ก. กำหนดให้ $\vec{u}=\langle 4,0,2\rangle$ และ $\vec{v}=\langle -2,1,3\rangle$ จงหา $3\vec{u}-2\vec{v}$

และเวกเตอร์ขนาด 2 หน่วย ที่มีทิศทางเดียวกับ $\vec{u}$

ข. กำหนดให้ $\vec{a}=2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ และ $\vec{b}=5\hat{i}-4\hat{j}+2\hat{k}$ จงหา $\vec{a}\cdot\vec{b}$ และ $\vec{a}\times\vec{b}$

8.2 สำหรับเวกเตอร์ $\vec{m}$ และ $\vec{n}$ ถ้าทราบว่า $\vec{m}\cdot\vec{n}=3$ และ $\vec{m}\times\vec{n}=\langle 1,-1,1\rangle$

จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{m}$ และ $\vec{n}$ (ตอบในหน่วยเรเดียน)

8.3 จงหาค่า k ที่ทำให้เวกเตอร์ $\langle -2,3,4\rangle, \langle 1,-2,-3\rangle$ และ $\langle 0,k,-2\rangle$ อยู่บนระนาบเดียวกัน

9.

9.1 กำหนดให้ L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,2,4)$ และจุด $(7,-2,2)$ และ P เป็นระนาบที่มีสมการเป็น $x+2y-3z+1=0$ ถ้าเส้นตรง L_1 ตัดกับระนาบ P ที่จุด A จงเขียนสมการของเส้นตรง L_2 ที่ผ่านจุด A และตั้งฉากกับระนาบ P โดยเขียนสมการของ L_2 ในรูปสมการอิงตัวแปรเสริม

9.2 จงหาระยะทางที่ใกล้ที่สุดระหว่างจุด $(3,5,2)$ กับเส้นตรง $L: x=2+t,\ \ y=1+5t,\ \ z=2t$