

Assignment I วิชา Engineering Mathematics I รหัสวิชา 040203111 ภาคเรียนที่ 2/2568

คำสั่ง

1. ให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียดทุกข้อและเขียนด้วยลายมือ โดยอาจารย์ผู้สอนในแต่ละตอนเรียนเป็นผู้กำหนดให้นักศึกษาทำส่งในรูปแบบกระดาษหรือส่งเป็นรูปแบบไฟล์ดิจิทัลได้ (Size A4)
2. ให้เขียน รหัสนักศึกษา ชื่อ-นามสกุล ตอนเรียน และ ชื่ออาจารย์ผู้สอน ที่ด้านบนทุกหน้า
3. กำหนดส่งไม่เกินเวลา 23.59 น. ของวันศุกร์ที่ 16 ม.ค. 69 (Due date)
โดยคะแนนของงาน Assignment ทุกชิ้นมีการกำหนดวันส่ง (Due date) ที่ชัดเจนไว้ในตัว Assignment ซึ่งข้อกำหนดในการส่งคือ
 - หาก น.ศ. ส่ง Assignment ภายในวันและเวลาที่กำหนดตามที่ระบุไว้ใน Assignment นั้นๆ จะได้คะแนน Assignment นั้นๆ 5%
 - หาก น.ศ. ส่ง Assignment หลังจากวันและเวลาที่กำหนดส่งซึ่งระบุไว้ใน Assignment นั้นๆ แต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์ น.ศ. จะได้คะแนน Assignment นั้นๆ 3%
 - หาก น.ศ. ส่ง Assignment หลังจากวันและเวลาที่กำหนดส่งซึ่งระบุไว้ใน Assignment นั้นๆ เกิน 1 สัปดาห์ น.ศ. จะได้คะแนน Assignment นั้นๆ 0%

1. 1.1 จงแสดงวิธีหาค่าลิมิตของฟังก์ชันต่อไปนี้ หากลิมิตหาค่าไม่ได้ให้ระบุเหตุผลประกอบ ห้ามใช้กฎโลปิตาล

ก) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{2x + 1}$ ข) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3|x-5|}{x^2 - 7x + 10}$

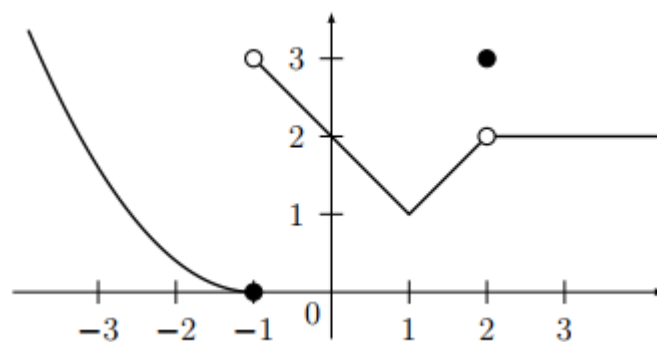
ค) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{2 - x}$ ง) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x - 3}{\sqrt{4x^3 + 9x}}$

จ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x) - \sin(2x)}{2x}$

- 1.2 กำหนดให้ $4x - x^2 \leq f(x) \leq 9 - 2x$ เมื่อ $x \geq 0$

จงหา $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ โดย Sandwich Theorem

- 1.3 จากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ กำหนดให้ดังรูป



จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก) จงหา $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ข) จงหา $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ค) จงหา $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ง) จงหาค่า $f(2)$

2. 2.1 กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ว่าผิดเพราะเหตุใด

ก) ถ้า $f(1)=0$ และ $g(1)=1$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(1)}{g(1)}$

ข) ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าได้ และ $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ หาค่าไม่ได้ แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x))$ หาค่าไม่ได้

ค) ถ้า f ไม่ต่อเนื่องที่ $x=a$ แล้ว $f(a)$ หาค่าไม่ได้

ง) ถ้า f ต่อเนื่องที่ $x=a$ แล้ว $f'(a)$ หาค่าได้

2.2 กำหนด $h(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & , x \neq 1 \\ 2k & , x = 1 \end{cases}$ เมื่อ $k \in \mathbb{R}$

จงหาค่า k ที่ทำให้ h เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องที่ $x=1$

2.2 กำหนดให้ $f(x) = x^3 - 1$ จงหา $f'(2)$ โดยใช้บทนิยามของอนุพันธ์

3. 3.1 จงหา $\frac{d}{dx} \left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x^3} - \sec \pi \right)$ 3.2 จงหา $\frac{d}{dx} (\tan^{-1}(x^2))$

3.3 จงหา $\frac{d}{dx} (e^x \csc x)$ 3.4 จงหา $\frac{d}{dx} (2^{\cosh x})$

3.5 กำหนดเส้นโค้ง $y = x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ จงหาเส้นสัมผัสที่จุด $x = 2$

3.6 กำหนด $f(x) = \frac{x}{x-1}$ จงหา $f''(3)$

4. 4.1 กำหนดให้ $y = x + e^x$, $x = \frac{u^3-2}{3}$ และ $u = 2 + \ln t$ จงหา $\frac{dy}{dt} \Big|_{t=1}$

4.2 จงหา $f'(x)$ เมื่อกำหนด $f(x) = \frac{(x^2+5)^x}{e^{2x}(x+1)^3}$ โดยใช้สมบัติของลอการิทึม

5. 5.1 สมการอิงตัวแปรเสริม $y = 1 + 3e^t$, $x = te^t$ โดยที่ t เป็นตัวแปรเสริม

จงหา $\frac{dy}{dx}$ และ $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=0}$

5.2 กำหนดสมการ $ye^{3x} + 5x = y^2 + \sin x$ โดยที่ y เป็นฟังก์ชันของ x

ก) จงหา $\frac{dy}{dx}$ ณ จุด $(x, y) = (0, 1)$

ข) จงหาสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้ง y ณ จุด $(x, y) = (0, 1)$

6. 6.1 น้องเกลเป็นแม่ค้าออนไลน์ที่ขายมะทมะผ่านการไลฟ์สดทุกวัน โดยตั้งราคาขายไว้ที่กระปุกละ 200 บาท ปรากฏว่าสามารถขายได้วันละ 400 กระปุก อย่างไรก็ตาม น้องเกลสังเกตว่าทุกครั้งที่ลดราคามะทมะลง 5 บาท ยอดขายจะเพิ่มขึ้น 20 กระปุกต่อวัน น้องเกลควรตั้งราคาขายมะทมะราคากระปุกละเท่าใด จึงจะทำให้มีรายได้รวมต่อวันมากที่สุด

6.2 จงใช้การประมาณค่าเชิงเส้นเพื่อหาค่า $\sqrt[3]{(8.03)^2}$

- 6.3 จงหาค่าผิดพลาดโดยประมาณของการคำนวณหาพื้นที่ผิวของทรงกลม

หากวัดรัศมีทรงกลมได้ 5 ซม. และการวัดรัศมีทรงกลมมีค่าผิดพลาดในการวัดประมาณ ± 0.02 ซม.

7. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันของ x โดยที่ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

7.1 จงหาจุดวิกฤตของ f

7.2 จงหาจุดสุดขีดสัมพัทธ์ของ f

7.3 จงหาจุดเปลี่ยนเว้าของ f

7.4 จงวาดกราฟของ $y = f(x)$

7.5 จงหาค่าสุดขีดสมบูรณ์ของ f บนช่วง $[2, 4]$

8.

- 8.1 เรือบรรทุกน้ำมันกลางทะเลเกิดการรั่วไหลของน้ำมัน ทำให้เกิดคราบน้ำมันที่ขยายตัวบนผิวน้ำเป็นบริเวณรูปวงกลม โดยพบว่ารัศมีของคราบน้ำมันเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่ 2 เมตรต่อชั่วโมง

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่คราบน้ำมัน ขณะที่รัศมีของคราบน้ำมันมีค่าเท่ากับ 7 เมตร

8.2 จงหา $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 + x - e^{-x}}$

8.3 จงหา $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$