

Assignment 1

รายวิชา 040203111 Engineering Mathematics I

ภาคเรียนที่ 1/2569

คำชี้แจง

1. โจทย์มีทั้งหมด 8 ข้อ ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำทุกข้ออย่างละเอียด โดยเขียนด้วยลายมือตัวเอง ห้ามพิมพ์ โดยอาจารย์ผู้สอนในแต่ละตอนเรียนเป็นผู้กำหนดให้นักศึกษาทำส่งในรูปแบบกระดาษหรือส่งเป็นรูปแบบไฟล์ดิจิทัลได้
2. เขียน ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา สาขา ตอนเรียน ที่หัวกระดาษด้านบนขวามือทุกหน้า
3. กำหนดส่ง Assignment ภายใน วันศุกร์ที่ 14 สิงหาคม 2569 ตามช่องทางที่ผู้สอนแต่ละตอนเรียนกำหนด

การให้คะแนน

- 5 คะแนน หากส่งงานครบภายในกำหนดเวลา
- 3 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลา แต่ไม่เกิน 1 สัปดาห์
- 0 คะแนน หากส่งงานครบหลังจากกำหนดเวลาเกิน 1 สัปดาห์ หรือไม่ส่งงาน

1. จงพิจารณาว่าลิมิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้ มีค่าหรือไม่ ถ้ามีจงหาค่าของลิมิตดังกล่าว หากลิมิตหาค่าไม่ได้ให้ระบุเหตุผลประกอบ (ห้ามใช้กฎของโลปีตาล)

1.1) $\lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{2x+6}{4x^2-36}$

1.2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5}{x-4}$

1.3) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{3^x-3}$

1.4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^3+6x+3}{2x^3+x^2+1}$

1.5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2+x} - 3x)$

1.6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x)}{4x}$

2. 2.1) กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} k & , x \leq 1 \\ \frac{x^3-x}{x-1} & , x > 1 \end{cases}$$

จงหาค่าคงที่ k ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=1$

- 2.2) กำหนดให้ $f(x) = 5x - 3x^2$ จงหา $f'(x)$ โดยใช้บทนิยามของอนุพันธ์ (ห้ามใช้กฎของโลปีตาล)

3. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

3.1) $\frac{d}{dx}(e^{2569})$

3.2) $\frac{d}{dx}(5x^4 - 4x^2 + 3)$

3.3) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x} \cdot \cos(2x))$

3.4) $\frac{d}{dx}\left(\frac{3x^2}{x^3 + 1}\right)$

3.5) $\frac{d}{dx}(3^{2x+1})$

3.6) $\frac{d}{dx}(\ln(x^8 + 2x))$

3.7) $\frac{d}{dt}(t^3 \tan(5t))$

3.8) $\frac{d}{dx}(\coth(\pi x))$

3.9) $f''(0)$ เมื่อ $f(t) = \cos(2t)$

3.10) $f'''(0)$ เมื่อ $f(x) = e^{-3x}$

4. 4.1) กำหนดให้ $y = u^2 + 1$, $u = e^{\frac{x}{2}}$ และ $x = \sin t$ จงหาค่าของ $\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=\pi}$

4.2) กำหนดสมการอิงตัวแปรเสริม $x = 3t + 1$ และ $y = 1 - 5t^3$ เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ที่ t
 จงหา $\frac{dy}{dx}$ และ $\frac{d^2y}{dx^2}$ ที่ $t = 1$

5. 5.1) กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^4 e^{2x}}{\sqrt{3x+5}}$ จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้ลอการิทึม

5.2) กำหนดให้ $y = f(x)$ เป็นเส้นโค้ง ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $x^4 + e^{x-y} = xy + 1$

ก) จงหา $\frac{dy}{dx}$ ณ จุด $(x, y) = (1, 1)$

ข) จงหาสมการเส้นสัมผัสและเส้นปกติของเส้นโค้ง ณ จุด $(x, y) = (1, 1)$

6. 6.1) จงใช้การประมาณค่าเชิงเส้นเพื่อหาค่า $\ln(2.02)$ เมื่อ $\ln(2) \approx 0.693$

6.2) พื้นที่ผิวทรงกลมที่มีรัศมี r คือ $S = 4\pi r^2$ จงหาค่าผิดพลาดโดยประมาณของการคำนวณหาพื้นที่ผิวของทรงกลมหากวัดรัศมีทรงกลมได้ 2 ซม. และการวัดรัศมีทรงกลมมีค่าผิดพลาดในการวัดประมาณ ± 0.01 ซม.

6.3) สำหรับตัวต้านทานขนาด R_1 โอห์ม และขนาด R_2 โอห์ม ที่ต่อเข้าด้วยกันแบบขนาน จะสามารถหาความต้านทานรวมได้เป็น R โอห์ม โดยมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

ถ้าตัวต้านทาน R_1 และ R_2 มีการเปลี่ยนแปลงความต้านทานเพิ่มขึ้นในอัตรา 1 โอห์ม/วินาที และ 1.5 โอห์ม/วินาที ตามลำดับ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงความต้านทานรวม R ในขณะที่ความต้านทานของ R_1 และ R_2 มีค่าเป็น 2 โอห์ม และ 3 โอห์ม ตามลำดับ

7. กำหนดให้ $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 8$ จงหา

7.1) จุดวิกฤตทั้งหมดของ f

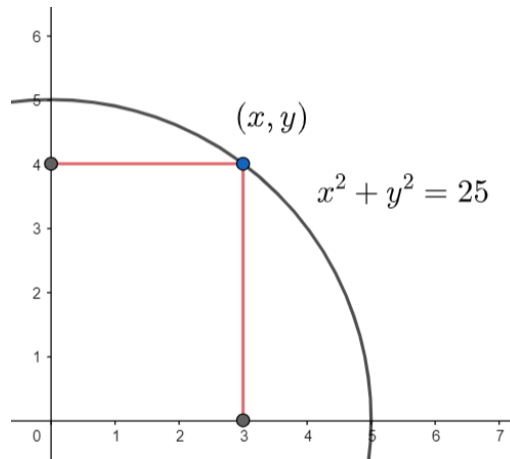
7.2) ค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ทั้งหมดของ f

7.3) จุดเปลี่ยนเว้าทั้งหมดของ f

7.4) จงวาดกราฟของ $y = f(x)$

7.5) ค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ของ f เมื่อ $x \in [-1, 1]$

8. 8.1) พิจารณาสมการวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ ในจุดภาคที่ 1 เมื่อเลือกจุด (x, y) บนวงกลม แล้วลากเส้นตรงจากจุดดังกล่าวไปตั้งฉากกับแกน X และแกน Y จะได้เส้นตรงสองเส้นดังรูป จงหาตำแหน่ง (x, y) ที่ทำให้ผลรวมความยาวของเส้นตรงทั้งสองมีค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ พร้อมทั้งหาค่าผลรวมดังกล่าว



8.2) จงหา $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{3}{x} - \frac{4}{e^x - 1} \right)$

8.3) จงหา $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \sin x)^{5/x}$